

ข้อสอบ PAT 1 (ต.ด. 52)

ตอนที่ 1 แบบเลือกตอบ

- กำหนดให้เอกภพสัมพัทธ์คือเซต $\{-2, -1, 1, 2\}$
 ประโยคในข้อใดต่อไปนี้มีความจริงเป็นเท็จ
 - $\exists x \exists y [x \leq 0 \wedge |x| = y + 1]$
 - $\exists x \forall y [x \leq y \wedge -(x + y) \geq 0]$
 - $\forall x \exists y [x + y = 0 \vee x - y = 0]$
 - $\forall x \forall y [|x| < |y| \vee |x| > |y|]$
- กำหนดให้ p, q, r เป็นประพจน์
 พิจารณาข้อความต่อไปนี้
 - ถ้า $q \wedge r$ มีค่าความจริงเป็นจริง แล้ว p และ $p \vee [(q \wedge r) \Rightarrow p]$
 มีค่าความจริงเหมือนกัน
 - ถ้า p มีค่าความจริงเป็นเท็จ แล้ว r และ $(p \Rightarrow q) \wedge r$
 มีค่าความจริงเหมือนกัน
 ข้อใดต่อไปนี้ เป็นจริง
 - ก. ถูก และ ข. ถูก
 - ก. ถูก และ ข. ผิด
 - ก. ผิด และ ข. ถูก
 - ก. ผิด และ ข. ผิด
- กำหนด $A = \{0, 1, 2, \{0, 1, 2\}\}$ และ $P(A)$ แทนเซตกำลังของ A
 พิจารณาข้อความต่อไปนี้
 - $A \cap P(A) = \{0, 1, 2\}$
 - $n(A - P(A)) < n(P(A) - A)$
 ข้อใดต่อไปนี้ เป็นจริง
 - ก. ถูก และ ข. ถูก
 - ก. ถูก และ ข. ผิด
 - ก. ผิด และ ข. ถูก
 - ก. ผิด และ ข. ผิด
- กำหนดให้ A เป็นเซตคำตอบของสมการ $x^3 + x^2 - 27x - 27 = 0$
 และ B เป็นเซตคำตอบของสมการ $x^3 + (1 - \sqrt{3})x^2 - (36 + \sqrt{3})x - 36 = 0$
 $A \cap B$ เป็นสับเซตของช่วงในข้อใดต่อไปนี้
 - $[-3\sqrt{5}, -0.9]$
 - $[-1.1, 0]$
 - $[0, 3\sqrt{5}]$
 - $[1, 5\sqrt{3}]$

5. กำหนดให้ $S = \left\{ x \mid \frac{x}{x^2-3x+2} \geq \frac{x+2}{x^2-1} \right\}$

ช่วงในข้อใดต่อไปนี้เป็นสับเซตของ S

1. $(-\infty, -3)$ 2. $(-1, 0.5)$ 3. $(-0.5, 2)$ 4. $(1, \infty)$

6. กำหนดให้ $S = [-2, 2]$ และ $r = \{(x, y) \in S \times S \mid x^2 + 2y^2 = 2\}$

ช่วงในข้อใดต่อไปนี้เป็นสับเซตของ $D_r - R_r$

1. $(-1.4, -1.3)$ 2. $(-1.3, -1.2)$ 3. $(1.2, 1.4)$ 4. $(1.4, 1.5)$

7. กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีด้าน AB ยาว $\sqrt{2}$ หน่วย

ถ้า $BC^3 + AC^3 = 2BC + 2AC$ แล้ว $\cot C$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

1. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ 2. $\frac{1}{2}$ 3. 1 4. $\sqrt{3}$

8. ถ้า $x > 0$ และ $8^x + 8 = 4^x + 2^{x+3}$ แล้ว ค่าของ x อยู่ในช่วงใดต่อไปนี้เป็น

1. $[0, 1)$ 2. $[1, 2)$ 3. $[2, 3)$ 4. $[3, 4)$

9. กำหนดให้ $A = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 = 1\}$ และ

$$B = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 - 10x - 10y + 49 = 0\}$$

ถ้า $p \in A$ และ $q \in B$ แล้ว ระยะทางมากที่สุดที่เป็นไปได้ระหว่างจุด p และ q เท่ากับข้อใดต่อไปนี้เป็น

1. $5\sqrt{2}$ หน่วย 2. $2+5\sqrt{2}$ หน่วย
 3. $2\sqrt{5}$ หน่วย 4. $5+2\sqrt{5}$ หน่วย

10. กำหนดให้ E เป็นวงรีที่มีโฟกัสอยู่ที่จุดยอดของไฮเพอร์โบลา $x^2 - y^2 = 1$

ถ้า E ผ่านจุด $(0, 1)$ แล้ว จุดในข้อใดต่อไปนี้อยู่บน E

1. $(1, -\frac{\sqrt{2}}{2})$ 2. $(1, \sqrt{2})$ 3. $(1, -\frac{1}{2})$ 4. $(1, \frac{\sqrt{3}}{2})$

11. กำหนดให้ $X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$ สอดคล้องสมการ $AX = C$ เมื่อ

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & 4 & 0 \end{bmatrix} \text{ และ } C = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

ถ้า $(2A+B)X = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ แล้ว $a+b+c$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 3 2. 6 3. 9 4. 12

12. ถ้า $\det \left(2 \begin{bmatrix} 0 & x & 0 \\ 0 & 2 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix} \right)^{-1} = \frac{1}{x-1}$ แล้ว x มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 1 2. 2 3. 3 4. 4

13. กำหนดให้ \vec{u} และ \vec{v} เป็นเวกเตอร์ที่ไม่เท่ากับเวกเตอร์ศูนย์ซึ่ง \vec{u} ตั้งฉากกับ \vec{v} และ $\vec{u} + \vec{v}$ ตั้งฉากกับ $\vec{u} - \vec{v}$

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. $|\vec{u}| = |\vec{v}|$

ข. $\vec{u} + 2\vec{v}$ ตั้งฉากกับ $2\vec{u} - \vec{v}$

ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง

1. ก. ถูก และ ข. ถูก 2. ก. ถูก และ ข. ผิด
3. ก. ผิด และ ข. ถูก 4. ก. ผิด และ ข. ผิด

14. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. ถ้าลำดับ a_n ลู่เข้า แล้ว อนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ลู่เข้า

ข. ถ้าอนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ลู่เข้า แล้ว อนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} (1 + \frac{a_n}{2^n})$ ลู่เข้า

ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง

1. ก. ถูก และ ข. ถูก 2. ก. ถูก และ ข. ผิด
3. ก. ผิด และ ข. ถูก 4. ก. ผิด และ ข. ผิด

15. กำหนดให้ Z เป็นจำนวนเชิงซ้อนที่สอดคล้องกับ $Z^3 - 2Z^2 + 2Z = 0$ และ $Z \neq 0$

ถ้าอาร์กิวเมนต์ของ Z อยู่ในช่วง $(0, \frac{\pi}{2})$ แล้ว $\frac{Z^4}{(\bar{Z})^2}$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $-2i$ 2. $1-i$ 3. $1+i$ 4. $2i$

16. ถุงใบหนึ่งบรรจุลูกแก้วสีแดง 5 ลูก สีเขียว 4 ลูก และสีเหลือง 3 ลูก ถ้าหยิบลูกแก้วจากถุงทีละลูก 3 ครั้งโดยไม่ใส่คืน แล้วความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้ลูกแก้ว ลูกที่หนึ่ง สอง และสาม เป็นสีแดง สีเขียว และสีเหลือง ตามลำดับเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{1}{21}$ 2. $\frac{1}{22}$ 3. $\frac{3}{22}$ 4. $\frac{3}{25}$

17. กล้องใบหนึ่งบรรจุหลอดไฟ 12 หลอด เป็นหลอดชำรุด 3 หลอด ถ้าหยิบหลอดไฟจากกล้องมา 4 หลอด แล้วความน่าจะเป็นที่จะได้หลอดชำรุดไม่เกิน 1 หลอด เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{1}{3}$ 2. $\frac{1}{4}$ 3. $\frac{14}{99}$ 4. $\frac{14}{55}$

18. ในการโยนลูกเต๋า 2 ลูกหนึ่งครั้ง ความน่าจะเป็นที่จะได้แต้มรวมเป็น 7 โดยที่มีลูกเต๋าลูกหนึ่งขึ้นแต้มไม่น้อยกว่า 4 เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{1}{3}$ 2. $\frac{1}{4}$ 3. $\frac{1}{6}$ 4. $\frac{1}{12}$

19. กำหนดให้ความสูงของคนกลุ่มหนึ่งมีการแจกแจงแบบปกติ ถ้ามีคนสูงกว่า 145 เซนติเมตร และ 165 เซนติเมตรอยู่ 84.13% และ 15.87% ตามลำดับ แล้วสัมประสิทธิ์ของความแปรผันของความสูงของคนกลุ่มนี้เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

Z	1.00	1.12	1.14	1.16
พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานจาก 0 ถึง Z	0.3413	0.3686	0.3729	0.3770

1. $\frac{1}{31}$ 2. $\frac{2}{31}$ 3. $\frac{3}{31}$ 4. $\frac{4}{31}$

20. กำหนดให้ข้อมูลชุดหนึ่งมีการแจกแจงปกติ หยิบข้อมูล X_1, X_2, X_3 มาคำนวณค่ามาตรฐานปรากฏว่าได้ค่าเป็น Z_1, Z_2, Z_3 ตามลำดับ ถ้า $Z_1 + Z_2 = Z_3$ แล้วค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดนี้เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $X_1 + X_2 - X_3$ 2. $X_1 - X_2 - X_3$

3. $X_3 - X_2 - X_1$ 4. $X_1 + X_2 + X_3$

21. กำหนดให้ A เป็นเซตซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไขต่อไปนี้

ก. $1 \in A$

ข. ถ้า $X \in A$ แล้ว $\frac{1}{X} \in A$

ค. $X \notin A$ ก็ต่อเมื่อ $2X \in A$

จำนวนในข้อใดต่อไปนี้ เป็นสมาชิกของ A

1. $\frac{1}{2}$ 2. $\frac{1}{8}$ 3. $\frac{1}{16}$ 4. $\frac{1}{32}$

22. ถ้า θ เป็นมุมซึ่ง $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ แล้ว จากเวลาที่เที่ยงวันถึงบ่ายโมง เข็มยาวและเข็มสั้นของนาฬิกาจะทำมุมกันเท่ากับ θ เป็นครั้งแรกเมื่อเวลาผ่านไปกี่นาที
1. $\frac{2\theta}{13}$ นาที
 2. $\frac{2\theta}{11}$ นาที
 3. $\frac{2\theta}{9}$ นาที
 4. $\frac{2\theta}{7}$ นาที
23. กำหนดให้ $I_n = (0, 1) \cap (\frac{1}{2}, 2) \cap (\frac{2}{3}, 3) \cap \dots \cap (\frac{n-1}{n}, n)$ เมื่อ n เป็นจำนวนนับ ค่าของ n ที่น้อยที่สุดที่ทำให้ $I_n \subseteq (\frac{2551}{2554}, \frac{2553}{2552}]$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 2554
 2. 2552
 3. 1277
 4. 1276

โจทย์สำหรับข้อ 24 - 25

นาย ก, ข, ค, ง, จ และ ฉ นั่งเก้าอี้ 6 ตัวที่มีหมายเลข 1 ถึง 6 เรียงแถวหน้ากระดานจากซ้ายไปขวา โดยมีเงื่อนไขดังต่อไปนี้

- นาย ค นั่งเก้าอี้หมายเลข 1 หรือ 6
- นาย จ ไม่นั่งติดนาย ค
- นาย จ ไม่นั่งติดนาย ข
- นาย ฉ นั่งติดด้านซ้ายของนาย จ

24. ถ้า นาย ค นั่งเก้าอี้หมายเลข 1 และนาย ข นั่งเก้าอี้หมายเลข 5 แล้ว ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง
1. นาย ก นั่งเก้าอี้หมายเลข 4
 2. นาย ก นั่งเก้าอี้หมายเลข 6
 3. นาย ฉ นั่งเก้าอี้หมายเลข 2
 4. นาย ง นั่งเก้าอี้หมายเลข 6
25. ถ้ากำหนดเงื่อนไขเพิ่มเติมให้มีคนนั่งคั่นกลางระหว่างนาย ข และ ค อยู่ 3 คน แล้วจำนวนวิธีการนั่งทั้งหมดเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 1 วิธี
 2. 2 วิธี
 3. 3 วิธี
 4. 4 วิธี

ตอนที่ 2 แบบบรรยายคำตอบ

1. กำหนดเซตและจำนวนสมาชิกของเซตตามตารางต่อไปนี้

เซต	A	B	C	$A \cup B$	$B \cup C$	$A \cup C$	$(A \cap B) \cup C$
จำนวนสมาชิก	15	17	22	23	29	32	28

จำนวนสมาชิกในเซต $A \cup B \cup C$ เท่ากับเท่าใด

2. ถ้า a เป็น ห.ร.ม. ของ 403 และ 465 และ b เป็น ห.ร.ม. ของ 431 และ 465 แล้ว $a-b$ มีค่าเท่าใด
3. ถ้า $f(x) = \frac{1}{x}$ และ $g(x) = 2f(x)$ แล้ว $g \circ f(3) + f \circ g^{-1}(3)$ มีค่าเท่าใด
4. ถ้า $f(x) = \sqrt[3]{x}$ และ $g(x) = \frac{x}{1+x}$ แล้ว $(f^{-1} + g^{-1})(2)$ มีค่าเท่าใด
5. ถ้า $1 - \cot 20^\circ = \frac{x}{1 - \cot 25^\circ}$ แล้ว x มีค่าเท่าใด
6. ถ้า $(\sin \theta + \cos \theta)^2 = \frac{3}{2}$ เมื่อ $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$ แล้ว $\arccos(\tan 3\theta)$ มีค่าเท่าใด
7. ให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริง ถ้าวงกลม $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ มีจุดศูนย์กลางที่ $(2, 1)$ และมีเส้นตรง $x - y + 2 = 0$ เป็นเส้นสัมผัสวงกลม แล้ว $|a + b + c|$ เท่ากับเท่าใด
8. พาราโบลาที่มีจุดยอดที่ $(-1, 0)$ และมีจุดกำเนิดเป็นโฟกัส ถ้าเส้นตรง $y = x$ ตัดพาราโบลาที่จุด P และจุด Q แล้ว ระยะทางระหว่างจุด P กับจุด Q เท่ากับเท่าใด
9. กำหนด $\log_y x + 4 \log_x y = 4$ แล้ว $\log_y x^3$ มีค่าเท่าใด
10. รากที่มีค่าน้อยที่สุดของสมการ $2^{\log(x-2)} \cdot 2^{\log(x-3)} = 2^{\log 2}$ มีค่าเท่าใด
11. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -3 & 8 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$ สมาชิกในแถวที่ 3 หลักที่ 1 ของ A^{-1} เท่ากับเท่าใด
12. กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มี D เป็นจุดบนด้าน AC และ F เป็นจุดบนด้าน BC ถ้า $\overline{AD} = \frac{1}{4}\overline{AC}$, $\overline{BF} = \frac{1}{3}\overline{BC}$ และ $\overline{DF} = a\overline{AB} + b\overline{BC}$ แล้ว $\frac{a}{b}$ มีค่าเท่าใด
13. กำหนดให้ W, Z เป็นจำนวนเชิงซ้อนซึ่ง $\overline{W} = Z - 2i$ และ $|W|^2 = Z + 6$ ถ้าอาร์กิวเมนต์ของ W อยู่ในช่วง $[0, \frac{\pi}{2}]$ และ $W = a + bi$ เมื่อ a, b เป็นจำนวนจริง แล้ว $a + b$ มีค่าเท่าใด

14. กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนจริงบวกซึ่ง $a < b$
 ถ้าค่ามากที่สุดและค่าน้อยสุดของ $P = 2x + y$
 เมื่อ x, y เป็นไปตามเงื่อนไข $a \leq x + 2y \leq b$, $x \geq 0$ และ $y \geq 0$ มีค่าเท่ากับ 100 และ 10
 ตามลำดับ แล้ว $a + b$ มีค่าเท่าใด
15. ถ้า a_n เป็นลำดับเลขคณิตซึ่ง $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{a_{n+1}^2 - a_n^2}{n} \right) = 4$ แล้ว $\sqrt{\frac{a_{17} - a_9}{2}}$ มีค่าเท่าใด
16. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n + 12n + 27n + \dots + 3n^3}{1 + 8 + 27 + \dots + n^3} \right)$ มีค่าเท่าใด
17. ถ้า $f'(x) = x^2 - 1$ และ $\int_0^1 f(x) dx = 0$ แล้ว $|f(1)|$ มีค่าเท่ากับเท่าใด
18. กำหนดให้ $f(x) = ax^2 + b\sqrt{x}$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนจริงที่ $b \neq 0$
 ถ้า $2f'(1) = f(1)$ แล้ว $\frac{f(4)}{f'(9)}$ มีค่าเท่าใด
19. กำหนดให้ $y = f(x)$ เป็นฟังก์ชันซึ่งมีค่าสูงสุดที่ $x = 1$ ถ้า $f''(x) = -4$ ทุก x และ
 $f(-1) + f(3) = 0$ แล้ว f มีค่าสูงสุดเท่าใด
20. มีสิ่งของซึ่งแตกต่างกันอยู่ 8 ชิ้น ต้องแบ่งให้คน 2 คน คนหนึ่งได้ 6 ชิ้น และอีกคนหนึ่ง
 ได้ 2 ชิ้น จะมีจำนวนวิธีแบ่งกี่วิธี
21. ในการแข่งขันฟุตบอลฤดูกาลหนึ่ง มีทีมเข้าร่วมการแข่งขัน 7 ทีม จัดแข่งแบบพบกันหมด
 (แต่ละทีมต้องลงแข่งกับทีมอื่นทุกทีม) จะต้องจัดการแข่งขันกี่นัด
22. ข้อมูลชุดหนึ่งเรียงจากน้อยไปมากเป็นดังนี้ 1, 4, x , y , 9, 10
 ถ้ามัธยฐานของข้อมูลชุดนี้เท่ากับค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของข้อมูลชุดนี้
 เท่ากับ $\frac{8}{3}$ แล้ว $y - x$ มีค่าเท่าใด
23. ข้อมูลชุดหนึ่งมี 5 จำนวนและมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 12 ถ้าควอไทล์ที่ 1 และ 3
 ของข้อมูลชุดนี้มีค่าเท่ากับ 5 และ 20 ตามลำดับ แล้วเดซิัลที่ 5 ของข้อมูลชุดนี้มีค่า
 เท่าใด
24. กำหนดตารางแจกแจงความถี่แสดงอายุของคนในหมู่บ้านแห่งหนึ่ง เป็นดังนี้

อายุ (ปี)	0 - 9	10 - 19	20 - 29	30 - 39	40 - 49	50 - 59
จำนวน (คน)	5	10	A	20	10	10

ถ้า อายุเฉลี่ยของคนในหมู่บ้านนี้เท่ากับ 33.33 ปี แล้ว จำนวนคนในหมู่บ้านนี้เท่ากับเท่าใด

25. กำหนดให้ข้อมูล X และ Y มีความสัมพันธ์กันดังตารางต่อไปนี้

X	1	2	3	3
Y	1	3	4	6

ถ้าสมการปกติของความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันดังกล่าวอยู่ในรูป $Y = a + bX$
 แล้วเมื่อ $X = 10$ ค่าของ Y เท่ากับเท่าใด

เฉลยข้อสอบ PAT 1 (ต.ด. 52)

ตอนที่ 1

ข้อ 1 ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ คำตอบ 1 จริง เช่น $x = -2, y = 1$

$$\text{พบว่า } -2 \leq 0 \wedge |-2| = 1+1$$

คำตอบ 2 จริง เช่น เมื่อ $x = -2$

$$\begin{array}{ll} x = -2 \rightarrow y = -2 & -2 \leq -2 \wedge -(-2-2) \geq 0 \\ & \searrow \\ & y = -1 & -2 \leq -1 \wedge -(-2-1) \geq 0 \\ & \searrow \\ & y = 1 & -2 \leq 1 \wedge -(-2+1) \geq 0 \\ & \searrow \\ & y = 2 & -2 \leq 2 \wedge -(-2+2) \geq 0 \end{array}$$

คำตอบ 3 จริง

$$\text{จาก } x+y = 0 \vee x-y = 0$$

$$(x+y)(x-y) = 0$$

$$x^2 - y^2 = 0 \quad \therefore x^2 = y^2$$

ดังนั้น สำหรับค่า x แต่ละค่าสามารถหา y อย่างน้อย 1 ค่า
ที่ทำให้ $x^2 = y^2$ เป็นจริงได้

คำตอบ 4 เท็จ เช่น $x = 2, y = 2$

$$|2| \not\leq |2| \vee |2| \not\geq |2|$$

ข้อ 2 ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ ก. ถูก เพราะ $p \vee [(q \wedge r) \rightarrow p] \equiv p \vee [T \rightarrow p] \equiv p \vee p \equiv p$

ข. ถูก เพราะ $(p \rightarrow q) \wedge r \equiv (F \rightarrow q) \wedge r \equiv T \wedge r \equiv r$

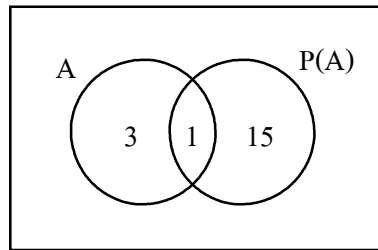
ข้อ 3 ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ ข้อ ก. จาก $A = \{0, 1, 2, \{0, 1, 2\}\}$ และเราทราบว่าสมาชิกของ $P(A)$
ต้องเป็นเซตเท่านั้น ดังนั้น สมาชิกของ A และ $P(A)$ ที่มีโอกาส
ซ้ำกันจึงมีเพียง $\{0, 1, 2\}$ เท่านั้น และเราพบว่า $\{0, 1, 2\} \subset A$
ดังนั้น $\{0, 1, 2\} \in P(A)$

$$\therefore A \cap P(A) = \{\{0, 1, 2\}\} \quad \therefore \text{ข้อ ก. ผิด}$$

ข้อ ข. จากโจทย์ $n(A) = 4 \rightarrow n(P(A)) = 2^4 = 16$

และจากข้อ ก. $n(A \cap P(A)) = 1$



$$n(A - P(A)) = 3$$

$$n(P(A) - A) = 15$$

\therefore ข้อ ข. ถูก

ข้อ 4 ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ สำหรับ A

$$x^3 + x^2 - 27x - 27 = 0$$

$$x^2(x+1) - 27(x+1) = 0$$

$$(x^2 - 27)(x+1) = 0$$

$$(x - \sqrt{27})(x + \sqrt{27})(x+1) = 0$$

$$x = \sqrt{27}, -\sqrt{27}, -1 \quad \therefore A = \{3\sqrt{3}, -3\sqrt{3}, -1\}$$

สำหรับ B $x^3 + (1 - \sqrt{3})x^2 - (36 + \sqrt{3})x - 36 = 0$

$$x^3 + x^2 - \sqrt{3}x^2 - 36x - \sqrt{3}x - 36 = 0$$

$$x^2(x+1) - \sqrt{3}x(x+1) - 36(x+1) = 0$$

$$(x^2 - \sqrt{3}x - 36)(x+1) = 0$$

$$(x - 4\sqrt{3})(x + 3\sqrt{3})(x+1) = 0$$

$$x = 4\sqrt{3}, -3\sqrt{3}, -1 \quad \therefore B = \{4\sqrt{3}, -3\sqrt{3}, -1\}$$

และ $A \cap B = \{-3\sqrt{3}, -1\} \subset [-3\sqrt{5}, -0.9]$

ข้อ 5 ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ $\frac{x}{x^2 - 3x + 2} \geq \frac{x+2}{x^2 - 1}$

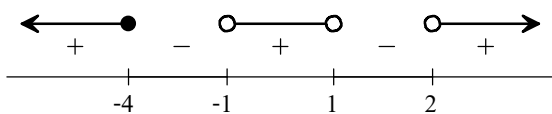
$$\frac{x}{(x-1)(x-2)} - \frac{x+2}{(x-1)(x+1)} \geq 0$$

$$\frac{x(x+1) - (x+2)(x-2)}{(x-1)(x-2)(x+1)} \geq 0$$

$$\frac{(x^2 + x) - (x^2 - 4)}{(x-1)(x-2)(x+1)} \geq 0$$

$$\frac{(x+4)}{(x-1)(x-2)(x+1)} \geq 0, \quad x \neq 1, 2, -1$$

$$x : -4, 1, 2, -1$$

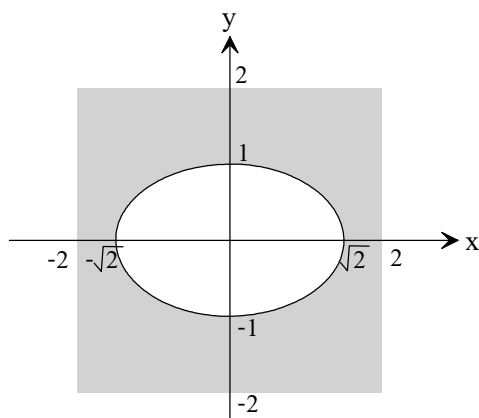


$$(-1, 0.5) \subset (-\infty, -4] \cup (-1, 1) \cup (2, \infty)$$

ข้อ 6 **ตอบ** ข้อ 4

วิธีทำ $x^2 + 2y^2 = 2$, $-2 \leq x \leq 2$ และ $-2 \leq y \leq 2$

$$\frac{x^2}{(\sqrt{2})^2} + \frac{y^2}{1^2} = 1 \quad , \quad -2 \leq x \leq 2 \quad \text{และ} \quad -2 \leq y \leq 2$$



จากรูป r คือ วงรี $\frac{x^2}{(\sqrt{2})^2} + \frac{y^2}{1^2} = 1$

ซึ่งอยู่ภายในบริเวณ

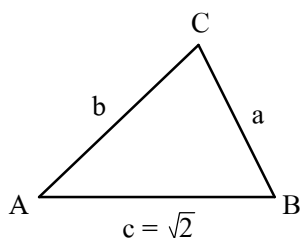
$-2 \leq x \leq 2$ และ $-2 \leq y \leq 2$ ทั้งหมด

ดังนั้น $D_r = [-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$ และ $R_r = [-1, 1]$

$$D_r - R_r = [-\sqrt{2}, -1) \cup (1, \sqrt{2}]$$

ข้อ 7 **ตอบ** ข้อ 1

วิธีทำ วาดรูปตามโจทย์



$$\text{จากโจทย์ } BC^3 + AC^3 = 2(BC + AC)$$

$$a^3 + b^3 = 2(a + b)$$

$$(a + b)(a^2 - ab + b^2) = 2(a + b)$$

$$(\sqrt{2})^2 = a^2 - ab + b^2$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - ab \quad \text{---(1)}$$

$$\text{จากกฎของ Cosine } c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C \quad \text{---(2)}$$

$$\text{จาก (1) และ (2) จะได้ } 2 \cos C = 1 \rightarrow \cos C = \frac{1}{2} \rightarrow C = 60^\circ$$

$$\therefore \cot C = \cot 60^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

ข้อ 8 ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ $8^x + 8 = 4^x + 2^{x+3}$

$8^x - 4^x - 2^x \cdot 2^3 + 8 = 0$

$2^{3x} - 2^{2x} - 8 \cdot 2^x + 8 = 0$

$2^{2x}(2^x - 1) - 8(2^x - 1) = 0$

$(2^x - 1)(2^{2x} - 8) = 0$

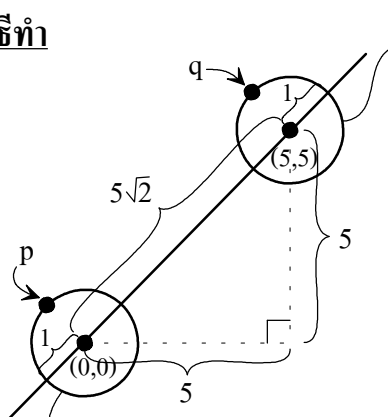
$2^x - 1 = 0 \quad \text{หรือ} \quad 2^{2x} - 8 = 0$

$2^x = 1 \quad 2^{2x} = 2^3$

$\therefore x = 0 \quad \therefore x = \frac{3}{2}$

 แต่โจทย์ บอกว่า $x > 0$ ดังนั้น $x = 0$ ใช้ไม่ได้

$\therefore x = \frac{3}{2} \text{ พบว่า } x \in [1, 2)$

ข้อ 9 ตอบ ข้อ 2
วิธีทำ


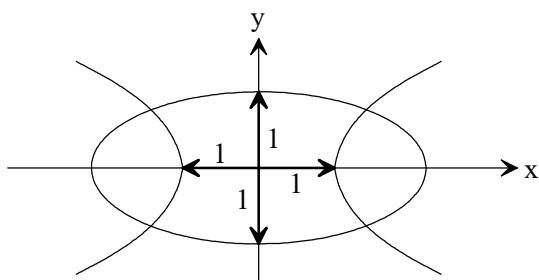
วง B : $x^2 + y^2 - 10x - 10y + 49 = 0$

ศูนย์กลาง = $(5, 5)$, $r_B = \sqrt{5^2 + 5^2 - 49} = 1$

 จากรูประยะทางมากที่สุดที่เป็นไปได้ระหว่างจุด p และ q
 คือ $1 + 5\sqrt{2} + 1 = 2 + 5\sqrt{2}$

วง A : $x^2 + y^2 = 1$

ศูนย์กลาง = $(0, 0)$, $r_A = 1$

ข้อ 10 ตอบ ข้อ 1
วิธีทำ

 พิจารณาวงรีจะได้ $b = 1$, $c = 1$

จาก $a^2 = b^2 + c^2$

แทนค่า $a^2 = 1^2 + 1^2 = 2$

สมการวงรี คือ $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{1} = 1$

 เมื่อแทนจุด $(1, -\frac{\sqrt{2}}{2})$ ในสมการวงรีพบว่าสมการเป็นจริง

 \therefore จุด $(1, -\frac{\sqrt{2}}{2})$ อยู่บน E

ข้อ 11 ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ จาก $AX = C$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$x + 2y + z = 2 \quad \text{---(1)}$$

$$-2x + 0y + z = -2 \quad \text{---(2)}$$

$$0x + y + 2z = 3 \quad \text{---(3)}$$

ใช้กฎของ Cramer ได้หาค่า x

$$\text{จะได้ } x = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 2 & 1 \\ -2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}} = \frac{10}{5} = 2$$

นำค่า x แทนใน (2) จะได้ $z = 2$

นำค่า x แทนใน (3) จะได้ $y = -1$

เนื่องจาก

$$2A + B = 2 \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & 4 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 2 \\ -2 & 0 & 1 \\ 1 & 6 & 4 \end{bmatrix}$$

นำ $2A + B$ แทนในสมการ $(2A + B)X = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$

$$\text{จะได้ } \begin{bmatrix} 3 & 3 & 2 \\ -2 & 0 & 1 \\ 1 & 6 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 3 & 2 \\ -2 & 0 & 1 \\ 1 & 6 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 7 \\ -2 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$$

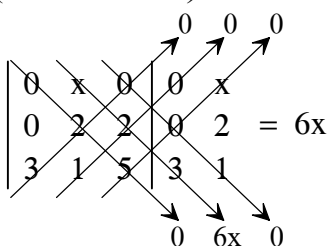
$$a = 7, b = -2, c = 4$$

$$\therefore a + b + c + 7 + (-2) + 4 = 9$$

ข้อ 12 ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ $\det \left(2 \begin{bmatrix} 0 & x & 0 \\ 0 & 2 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}^{-1} \right) = \frac{1}{x-1} \rightarrow 2^3 \left(\frac{1}{\begin{vmatrix} 0 & x & 0 \\ 0 & 2 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{vmatrix}} \right) = \frac{1}{x-1}$

เนื่องจาก

$$\begin{vmatrix} 0 & x & 0 \\ 0 & 2 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{vmatrix} = 6x$$


$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น} \quad 2^3 \left(\frac{1}{6x} \right) &= \frac{1}{x-1} \\ \frac{8}{6x} &= \frac{1}{x-1} \\ \frac{4}{3x} &= \frac{1}{x-1} \\ 4x-4 &= 3x \\ x &= 4 \end{aligned}$$

ข้อ 13 ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ ข้อ ก. จากโจทย์ $\vec{u} + \vec{v}$ ตั้งฉากกับ $\vec{u} - \vec{v}$ แสดงว่า

$$(\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{u} - \vec{v}) = 0 \rightarrow |\vec{u}|^2 - |\vec{v}|^2 = 0 \rightarrow |\vec{u}|^2 = |\vec{v}|^2 \therefore |\vec{u}| = |\vec{v}|$$

$$\begin{aligned} \text{ข้อ ข. } (\vec{u} + 2\vec{v}) \cdot (2\vec{u} - \vec{v}) &= 2|\vec{u}|^2 - \vec{u} \cdot \vec{v} + 4\vec{u} \cdot \vec{v} - 2|\vec{v}|^2 \\ &= 2(|\vec{u}|^2 - |\vec{v}|^2) + 3\vec{u} \cdot \vec{v} \text{ และจากโจทย์ } \vec{u} \perp \vec{v} \text{ ทำให้ } \vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \\ \text{และจากข้อ ก. } |\vec{u}|^2 - |\vec{v}|^2 &= 0 \text{ ดังนั้น } (\vec{u} + 2\vec{v}) \cdot (2\vec{u} - \vec{v}) = 0 \\ \therefore \vec{u} + 2\vec{v} &\text{ ตั้งฉากกับ } 2\vec{u} - \vec{v} \end{aligned}$$

ข้อ 14 ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ ก. ถ้าลำดับ a_n ลู่เข้าแล้วอนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ลู่เข้า เป็นข้อความที่ผิด

เช่น $a_n = 5$ จะได้ $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} 5 = 5$ ดังนั้น ลำดับ a_n ลู่เข้า

แต่ $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} 5 = 5+5+5+\dots = \infty$ ดังนั้น อนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ลู่ออก

ก. ถ้าอนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ลู่เข้าแล้วอนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{a_n}{2^n}\right)$ ลู่เข้า เป็นข้อความที่ผิด

เช่น $a_n = 0$ จะได้ $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} 0 = 0+0+0+\dots = 0$

ดังนั้น อนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ลู่เข้า

แต่ $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{a_n}{2^n}\right) = \sum_{n=1}^{\infty} 1 = 1+1+1+\dots = \infty$

ดังนั้น อนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{a_n}{2^n}\right)$ ลู่ออก

ข้อ 15 ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ จาก $z^3 - 2z^2 + 2z = 0$ และ $z \neq 0$ จะได้

$$z^2 - 2z + 2 = 0 \rightarrow z = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(1)(2)}}{2}$$

$$z = \frac{2 \pm 2i}{2}$$

$$z = 1+i, 1-i$$

โจทย์กำหนด $\arg(z)$ อยู่ในช่วง $(0, \frac{\pi}{2})$ จะได้ $z = 1+i$ เพราะมี $\arg(z) = \frac{\pi}{4}$

$$\therefore \frac{z^4}{(\bar{z})^2} = \frac{(1+i)^4}{(1-i)^2} = \frac{(2i)^2}{-2i} = -2i$$

ข้อ 16 ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ P(หยิบได้ลูกแรกสีแดง, ลูกสองสีเขียว และลูกที่สามสีเหลืองตามลำดับ)

$$= \frac{5}{12} \times \frac{4}{11} \times \frac{3}{10} = \frac{1}{22}$$

หยิบได้สีแดง หยิบได้สีเขียว หยิบได้สีเหลือง

ข้อ 17 ตอบ ไม่มีข้อถูก

วิธีทำ จากโจทย์มีหลอดไฟ 12 หลอด เป็นหลอดชำรุด 3 หลอด

ดังนั้น ที่เหลือเป็นหลอดดี มี $12 - 3 = 9$ หลอด

$n(S)$ = จำนวนวิธีหยิบหลอดไฟ 4 หลอดจากทั้งหมด 12 หลอด

$$\text{ทำได้ } \binom{12}{4} = 495 \text{ วิธี}$$

$n(S)$ = จำนวนวิธีหยิบหลอดไฟ 4 หลอดโดยได้หลอดชำรุดไม่เกิด 1 หลอด

ทำได้

$$\text{กรณีมีชำรุด 1 หลอด } \binom{3}{1} \binom{9}{3} = 252$$

ชำรุด 1 หลอด ดี 3 หลอด

$$\text{กรณีมีชำรุด 0 หลอด } \binom{9}{4} = 126$$

(ไม่ชำรุดเลย)

หยิบหลอดดี 4 หลอด

$$\text{จำนวนวิธีที่ต้องการเท่ากับ } 252 + 126 = 378$$

$$\text{ดังนั้น } P(E) = \frac{378}{495}$$

หมายเหตุ ...ข้อนี้ ... คำตอบที่ถูกต้องไม่มีในตัวเลือกครับ

ข้อ 18 ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ $n(S)$ = จำนวนวิธีในการโยนลูกเต๋า 2 ลูกหนึ่งครั้ง ทำได้ $6 \times 6 = 36$ วิธี

$n(E)$ = จำนวนวิธีในการโยนลูกเต๋า 2 ลูกหนึ่งครั้งแล้วได้แต้มรวมเป็น 7

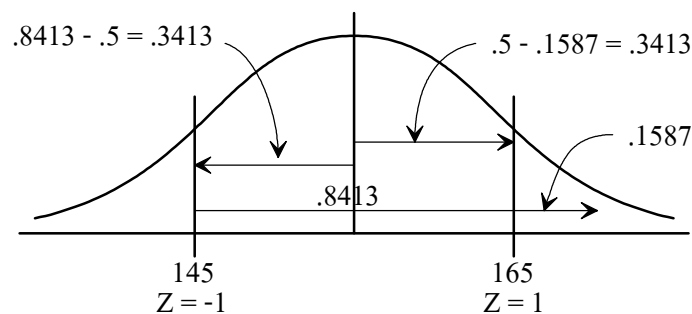
โดยมีลูกเต๋าลูกหนึ่งขึ้นแต้มไม่น้อยกว่า 4 ได้แก่

$(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)$ มี 6 วิธี

ดังนั้น $P(E) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

ข้อ 19 ตอบ ข้อ 2

วิธีทำ จากกำหนดให้ จะได้



จะได้ $-1 = \frac{145 - \mu}{\sigma}$ ———(1)

$1 = \frac{165 - \mu}{\sigma}$ ———(2)

จาก (1) และ (2) จะได้ $\mu = 155$ $\sigma = 10$

ดังนั้น สัมประสิทธิ์การแปรผัน = $\frac{\sigma}{\mu} = \frac{10}{155} = \frac{2}{31}$

ข้อ 20 ตอบ ข้อ 1

วิธีทำ จาก $z = \frac{x - \mu}{\sigma}$

และจากกำหนดให้ $z_1 + z_2 = z_3$

จะได้ $\frac{x_1 - \mu}{\sigma} + \frac{x_2 - \mu}{\sigma} = \frac{x_3 - \mu}{\sigma}$

$x_1 + x_2 - 2\mu = x_3 - \mu$

$x_1 + x_2 - x_3 = \mu$

ข้อ 21 **ตอบ** ข้อ 3

วิธีทำ จากเงื่อนไขโจทย์

ก. $1 \in A$

ข. $x \in A \rightarrow \frac{1}{x} \in A$ สมมูลกับ $\frac{1}{x} \notin A \rightarrow x \notin A$ (จาก $p \rightarrow q \equiv q \rightarrow \sim p$)

ค. $x \notin A \leftrightarrow 2x \in A$ สมมูลกับ $x \in A \leftrightarrow 2x \notin A$ (จาก $p \leftrightarrow q \equiv p \leftrightarrow \sim q$)

ผลจาก ค

$$1 \in A \leftrightarrow 2 \notin A$$

$$2 \notin A \leftrightarrow 4 \in A$$

$$4 \in A \leftrightarrow 8 \notin A$$

$$8 \notin A \leftrightarrow 16 \in A$$

$$16 \in A \leftrightarrow 32 \notin A$$

ผลจาก ข

$$2 \notin A \rightarrow \frac{1}{2} \notin A$$

$$4 \in A \rightarrow \frac{1}{4} \in A$$

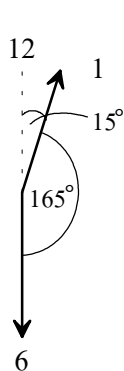
$$8 \notin A \rightarrow \frac{1}{8} \notin A$$

$$16 \in A \rightarrow \frac{1}{16} \in A$$

$$32 \notin A \rightarrow \frac{1}{32} \notin A$$

ข้อ 22 **ตอบ** ข้อ 2

วิธีทำ พิจารณาที่เวลา 12.30 น.



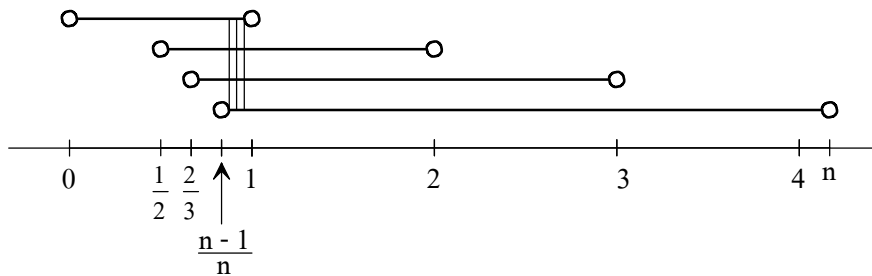
เข็มยาวกวาดมุม 180° เข็มสั้นกวาดมุม 15°

จะได้ว่าเข็มยาวและเข็มสั้นทำมุมกัน 165° เมื่อเวลาผ่านไป 30 นาที

และถ้าเข็มยาว และเข็มสั้นทำมุมกัน θ เมื่อเวลาผ่านไป $\frac{30\theta}{165} = \frac{2\theta}{11}$ นาที

ข้อ 23 ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ



จากรูป $I_n = \left(\frac{n-1}{n}, 1 \right)$

ซึ่งจะเป็นสับเซตของ $\left(\frac{2551}{2554}, \frac{2553}{2552} \right]$

เมื่อ $\frac{n-1}{n} \geq \frac{2551}{2554}, \quad n > 0$

$$2554n - 2554 \geq 2551n$$

$$3n \geq 2554$$

$$n \geq 851.3$$

$$n \in \mathbb{N} \quad \therefore n \in \{852, 853, \dots\}$$

จากตัวเลือกทั้ง 4 พบว่า ทุกตัวเลือกเป็นสมาชิกของ $\{852, 853, \dots\}$

ดังนั้น เราจะตอบ 1276 เพราะเป็นค่าที่น้อยที่สุดในทั้ง 4 ตัวเลือก

ข้อ 24 ตอบ ข้อ 3

วิธีทำ จากโจทย์ ก. นั้หมายเลข 1, ข. นั้หมายเลข 5

$$\frac{ก}{1} \quad \frac{ข}{2} \quad \frac{จ}{3} \quad \frac{ฉ}{4} \quad \frac{ช}{5} \quad \frac{ค}{6} \quad \text{และ} \quad \text{จ. ไม่ติด ก. และ จ. ไม่ติด ข.}$$

ดังนั้น จ. ต้องนั้หมายเลข 3

$$\frac{ก}{1} \quad \frac{ข}{2} \quad \frac{จ}{3} \quad \frac{ฉ}{4} \quad \frac{ช}{5} \quad \frac{ค}{6} \quad \text{และ} \quad \text{ฉ. นั้ติดด้านซ้ายของ จ.}$$

ดังนั้น ฉ. ต้องนั้หมายเลข 2

ที่เหลือจัด ก. และ ง. นั้ได้ 2 วิธี

วิธีที่ 1 $\frac{ก}{1} \quad \frac{ข}{2} \quad \frac{จ}{3} \quad \frac{ก}{4} \quad \frac{ข}{5} \quad \frac{ง}{6}$

วิธีที่ 2 $\frac{ก}{1} \quad \frac{ข}{2} \quad \frac{จ}{3} \quad \frac{ง}{4} \quad \frac{ข}{5} \quad \frac{ก}{6}$

พิจารณาจากตัวเลือก พบว่า ข้อที่เป็นจริงทั้ง 2 วิธี คือ ข้อ 3

ข้อ 25 ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ กรณีที่ 1 ค. นั่งหมายเลข 1 จะจัดได้ 2 วิธี เหมือนข้อ 24 คือ

$$\frac{ค}{1} \quad \frac{จ}{2} \quad \frac{ก}{3} \quad \frac{ข}{4} \quad \frac{ง}{5} \quad \frac{ก}{6}$$

$$\frac{ค}{1} \quad \frac{จ}{2} \quad \frac{ก}{3} \quad \frac{ข}{4} \quad \frac{ง}{5} \quad \frac{ก}{6}$$

กรณีที่ 2 ค. นั่งหมายเลข 6 และ ข. ต้องนั่งหมายเลข 2 แน่ๆ เพราะมีคนนั่ง

$$\frac{\quad}{1} \quad \frac{ข}{2} \quad \frac{จ}{3} \quad \frac{ก}{4} \quad \frac{\quad}{5} \quad \frac{ค}{6} \quad \text{ระหว่าง ค, ข อยู่ 3 คน}$$

และ จ. ไม่ติด ค. และ จ. ไม่ติด ข.

ดังนั้น จ. นั่งหมายเลข 4

และ ก. นั่งติดด้านซ้ายของ จ.

ดังนั้น ก. นั่งหมายเลข 3

ที่เหลือ จัด ก. และ ง. นั่งได้ 2 วิธี คือ

$$\frac{ก}{1} \quad \frac{ข}{2} \quad \frac{จ}{3} \quad \frac{ก}{4} \quad \frac{ง}{5} \quad \frac{ค}{6}$$

$$\frac{ง}{1} \quad \frac{ข}{2} \quad \frac{จ}{3} \quad \frac{ก}{4} \quad \frac{ก}{5} \quad \frac{ค}{6}$$

∴ รวมทั้ง 2 กรณี จำนวนวิธีของการนั่งทั้งหมด = 4 วิธี

ตอนที่ 2

ข้อ 1 ตอบ 33

วิธีทำ จากโจทย์ $n[(A \cap B) \cup C] = n[(A \cup C) \cap (B \cup C)] = 28$

$$\text{จาก } n[(A \cup C) \cup (B \cup C)] = n(A \cup C) + n(B \cup C) - n[(A \cup C) \cap (B \cup C)]$$

$$\therefore n(A \cup B \cup C) = 32 + 29 - 28 = 33$$

ข้อ 2 ตอบ 30

$$\text{วิธีทำ } 465 = 403(1) + 62$$

$$403 = 62(6) + 31$$

$$62 = 31(2) + 0$$

$$\therefore a = (403, 465) = 31$$

$$465 = 431(1) + 34$$

$$431 = 34(12) + 23$$

$$34 = 23(1) + 11$$

$$23 = 11(2) + 1$$

$$11 = 1(11) + 0$$

$$\therefore b = (431, 465) = 1$$

$$\text{และได้ว่า } a - b = 31 - 1 = 30$$

ข้อ 3 ตอบ 7.5

$$\text{วิธีทำ } g(x) = 2f(x) = 2 \cdot \frac{1}{x} = \frac{2}{x}$$

$$\text{หา } f(3) \quad f(3) = \frac{1}{3}$$

$$\text{หา } g^{-1}(3) \quad 3 = \frac{2}{x} \rightarrow x = \frac{2}{3} \quad \therefore g^{-1}(3) = \frac{2}{3}$$

$$\begin{aligned} \text{gof}(3) + \text{fog}^{-1}(3) &= g(f(3)) + f(g^{-1}(3)) \\ &= g\left(\frac{1}{3}\right) + f\left(\frac{2}{3}\right) \\ &= \frac{2}{\frac{1}{3}} + \frac{1}{\frac{2}{3}} = 6 + 1.5 = 7.5 \end{aligned}$$

ข้อ 4 ตอบ 6

$$\text{วิธีทำ } (f^{-1} + g^{-1})(2) = f^{-1}(2) + g^{-1}(2) = 8 + (-2) = 6$$

$$\text{หา } f^{-1}(2)$$

$$2 = \sqrt[3]{x}$$

$$x = 8$$

$$\therefore f^{-1}(2) = 8$$

$$\text{หา } g^{-1}(2)$$

$$2 = \frac{x}{1+x}$$

$$x = -2$$

$$\therefore g^{-1}(2) = -2$$

ข้อ 5 ตอบ $x = 2$

วิธีทำ จากโจทย์ $x = (1 - \cot 20^\circ)(1 - \cot 25^\circ)$

$$x = 1 - \cot 25^\circ - \cot 20^\circ + \cot 20^\circ \cot 25^\circ \quad \text{---(1)}$$

เนื่องจาก $\cot(20^\circ + 25^\circ) = \cot 45^\circ$

$$\frac{\cot 20^\circ \cot 25^\circ - 1}{\cot 25^\circ + \cot 20^\circ} = 1$$

$$\cot 20^\circ \cot 25^\circ - 1 = \cot 25^\circ + \cot 20^\circ$$

$$\cot 20^\circ \cot 25^\circ = 1 + \cot 25^\circ + \cot 20^\circ \quad \text{---(2)}$$

แทน (2) ลงใน (1) จะได้

$$x = 1 - \cot 25^\circ - \cot 20^\circ + 1 + \cot 25^\circ + \cot 20^\circ = 2$$

ข้อ 6 ตอบ 0

วิธีทำ $(\sin \theta + \cos \theta)^2 = \frac{3}{2}$

$$\sin^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta = \frac{3}{2}$$

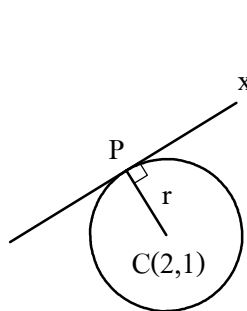
$$\sin 2\theta = \frac{1}{2} \rightarrow 2\theta = 30^\circ \rightarrow \theta = 15^\circ$$

$$\therefore \arccos(\tan 3\theta) = \arccos(\tan 45^\circ) = \arccos 1 = 0$$

ข้อ 7 ตอบ 5.5

วิธีทำ วงกลม $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$

มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ $\left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right) = (2, 1)$ จะได้ $a = -4, b = -2$



จากรูป $r = CP$

$$\sqrt{h^2 + k^2 - c} = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

$$\sqrt{2^2 + 1^2 - c} = \frac{|2 - 1 + 2|}{\sqrt{2}}$$

$$\sqrt{5 - c} = \frac{3}{\sqrt{2}}$$

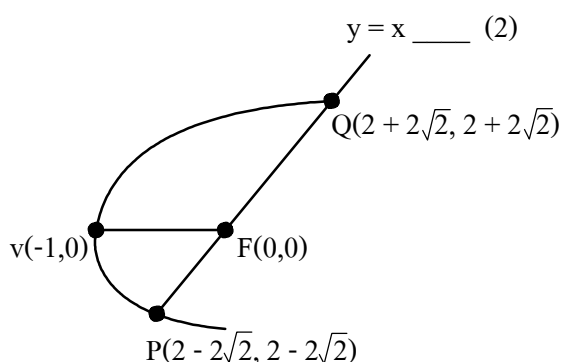
$$5 - c = \frac{9}{2}$$

$$c = \frac{1}{2}$$

$$\therefore |a + b + c| = \left| -4 + (-2) + \frac{1}{2} \right| = 5.5$$

ข้อ 8 ตอบ 8

วิธีทำ จากข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้เขียนรูปได้ดังนี้



สมการ PARA $y^2 = 4(1)(x + 1)$

จัดรูปได้เป็น $y^2 = 4x + 4$ ———(1)

แก้สมการหาจุดตัดของ PARA กับเส้นตรง

โคจรนำค่า $y = x$ จาก (2) แทนใน (1)

จะได้ $x^2 = 4x + 4 \rightarrow x^2 - 4x - 4 = 0$

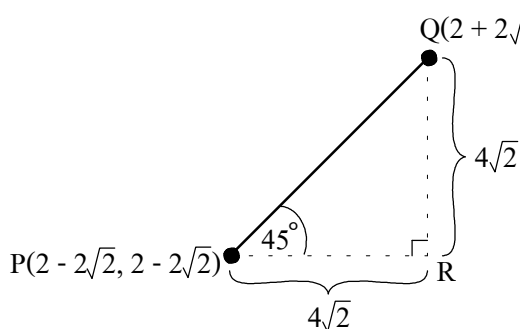
$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4(1)(-4)}}{2(1)} = \frac{4 \pm \sqrt{32}}{2} = 2 \pm 2\sqrt{2}$$

เนื่องจากจุดตัดอยู่บนเส้นตรง $y = x$

ดังนั้น จุดตัดคือ $P(2 - 2\sqrt{2}, 2 - 2\sqrt{2})$ และ $Q(2 + 2\sqrt{2}, 2 + 2\sqrt{2})$

$$\therefore PQ = \sqrt{(2 + 2\sqrt{2} - 2 + 2\sqrt{2})^2 + (2 + 2\sqrt{2} - 2 + 2\sqrt{2})^2} = 8$$

หมายเหตุ : การหาระยะ PQ อาจหาได้โดยมองว่าใน $\triangle PQR$: $PR = QR = 4\sqrt{2}$



ดังนั้น $PQ = (4\sqrt{2})\sqrt{2} = 8$

หรือ มองว่า PQ ทำมุม 45° กับแนวราบ

จะได้ $\cos 45^\circ = \frac{4\sqrt{2}}{PQ}$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{4\sqrt{2}}{PQ}$$

$$PQ = 8$$

ข้อ 9 ตอบ ข้อ 6

วิธีทำ $\log_y x + 4 \log_x y = 4$ สมมติให้ $\log_y x = A$, $\log_x y = \frac{1}{A}$

จะได้ $A + \frac{4}{A} = 4 \rightarrow A^2 + 4 = 4A \rightarrow A^2 - 4A + 4 = 0 \rightarrow (A - 2)^2 = 0$

$$A = 2 \rightarrow \log_y x = 2 \quad \therefore \log_y x^3 = 3 \log_y x = 3(2) = 6$$

ข้อ 10 ตอบ ข้อ 4

วิธีทำ $2^{\log(x-2)} \cdot 2^{\log(x-3)} = 2^{\log 2}$

$$2^{\log(x-2) + \log(x-3)} = 2^{\log 2}$$

$$\log(x-2) + \log(x-3) = \log 2$$

$$\log[(x-2)(x-3)] = \log 2$$

$$(x-2)(x-3) = 2$$

$$x^2 - 5x + 6 = 2$$

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$(x-4)(x-1) = 0$$

$$\therefore x = 4, 1$$

ตรวจคำตอบแล้วพบว่า $x = 1$ ใช้ไม่ได้

\therefore รากที่มีค่าน้อยที่สุด คือ 4

ข้อ 11 ตอบ 0.2

วิธีทำ จาก $a_{ij}^{-1} = \frac{1}{\det A} C_{ji}(A)$

$$\text{และ } \det A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 & 1 & 2 \\ -3 & 8 & 0 & -3 & 8 \\ 1 & 2 & -1 & 1 & 2 \end{vmatrix} = -32 + 0 - 6 = -38$$

$$= -32 + (-38) = -70$$

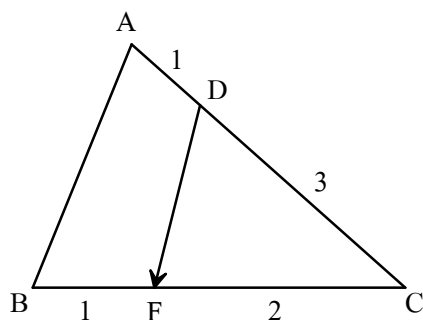
$$-8 + 0 - 24 = -32$$

$$\text{จะได้ } a_{31}^{-1} = \frac{1}{-70} C_{13}(A) = -\frac{1}{70} M_{13}(A)$$

$$a_{31}^{-1} = \frac{1}{-70} \begin{vmatrix} -3 & 8 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = -\frac{1}{70} [-6 + (-8)] = \frac{1}{5} = 0.2$$

ข้อ 12 ตอบ 9

วิธีทำ



จากโจทย์ ต้องการ $\overline{DF} = a\overline{AB} + b\overline{BC}$

$$\text{จากรูป } \overline{DF} = \overline{DC} + \overline{CF} = \frac{3}{4}\overline{AC} + \frac{2}{3}\overline{CB}$$

$$= \frac{3}{4}(\overline{AB} + \overline{BC}) - \frac{2}{3}\overline{BC} = \frac{3}{4}\overline{AB} + \frac{3}{4}\overline{BC} - \frac{2}{3}\overline{BC}$$

$$\therefore \overline{DF} = \frac{3}{4}\overline{AB} + \frac{1}{12}\overline{BC} \quad \text{จะได้ } a = \frac{3}{4}, b = \frac{1}{12}$$

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{12}} = \frac{3}{4} \times 12 = 9$$

ข้อ 13 ตอบ 4

วิธีทำ โจทย์กำหนด w, z เป็นจำนวนเชิงซ้อน และ $\bar{w} = z - 2i, |w|^2 = z + 6$

จาก $|w|^2 = z + 6$ จะพบว่า z ต้องเป็นจำนวนจริงเท่านั้น เพราะ $|w|^2 \geq 0$ เสมอ

$$|\bar{w}|^2 = z + 6$$

$$|z - 2i|^2 = z + 6$$

$$z^2 + (-2)^2 = z + 6 \rightarrow z^2 - z - 2 = 0 \rightarrow (z - 2)(z + 1) = 0$$

$$z = 2, -1 \text{ จะได้ } \bar{w} = 2 - 2i, -1 - 2i$$

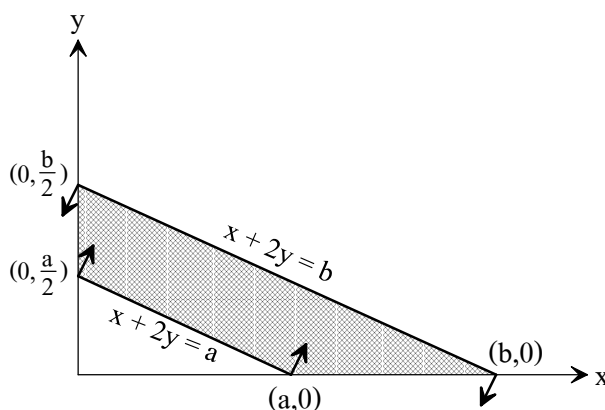
$$\text{ดังนั้น } w = 2 + 2i, -1 + 2i$$

แต่โจทย์กำหนด $\arg(w)$ อยู่ใน $[0, \frac{\pi}{2}]$

$$\text{ดังนั้น } w = 2 + 2i = a + bi \quad \therefore a + b = 4$$

ข้อ 14 ตอบ 70

วิธีทำ จากเงื่อนไขของอสมการข้อจำกัดที่โจทย์กำหนดมาให้เขียนกราฟ



สมการจุดประสงค์ คือ $P = 2x + y$

นำจุดมุมแทนในสมการจุดประสงค์

$$\text{จะได้ } P(0, \frac{a}{2}) = 2(0) + \frac{a}{2} = \frac{a}{2}$$

$$P(a, 0) = 2a + 0 = 2a$$

$$P(0, \frac{b}{2}) = 2(0) + \frac{b}{2} = \frac{b}{2}$$

$$P(b, 0) = 2b + 0 = 2b$$

$$\text{จากโจทย์ } a < b \text{ จะได้ } P_{\max} \text{ มีค่า } 2b = 100 \rightarrow b = 50$$

$$P_{\min} \text{ มีค่า } \frac{a}{2} = 10 \rightarrow a = 20$$

$$\therefore a + b = 20 + 50 = 70$$

ข้อ 15 ตอบ 2.38

$$\text{วิธีทำ } a_{n+1}^2 - a_n^2 = (a_{n+1} - a_n)(a_{n+1} + a_n)$$

$$= (d)[a_1 + nd + a_1 + (n-1)d] = d[2nd + 2a_1 - d]$$

$$= 2d^2n + 2a_1d - d^2$$

จากโจทย์ $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{a_{n+1}^2 - a_n^2}{n} \right) = 4$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2d^2n + 2a_1d - d^2}{n} \right) = 4 \rightarrow 2d^2 = 4 \rightarrow d^2 = 2 \rightarrow d = \sqrt{2}, -\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} \therefore \sqrt{\frac{a_{17} - a_9}{2}} &= \sqrt{\frac{a_9 + 8d - a_9}{2}} = 2\sqrt{d} = 2\sqrt{\sqrt{2}} \\ &= 2\sqrt{1.414} = 2(1.189) = 2.378 = 2.38 \end{aligned}$$

* หมายเหตุ $d = -\sqrt{2}$ ไม่ต้องนำมาคิด เพราะทำให้ $2\sqrt{d}$ ไม่เป็นจำนวนจริง *

ข้อ 16 ตอบ 4

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n + 12n + 27n + \dots + 3n^3}{1 + 8 + 27 + \dots + n^3} \right) &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n(1 + 4 + 9 + \dots + n^2)}{1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3} \right) \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2)}{\left(\frac{n(n+1)}{2} \right)^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n \left(\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \right)}{\frac{n^2(n+1)^2}{4}} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n+2}{n+1} = 4 \end{aligned}$$

ข้อ 17 ตอบ 0.25

วิธีทำ จาก $f'(x) = x^2 - 1 \rightarrow f(x) = \int f'(x)dx = \int (x^2 - 1)dx = \frac{x^3}{3} - x + c$

$$\begin{aligned} \int_0^1 f(x)dx &= \int_0^1 \left(\frac{x^3}{3} - x + c \right) dx = \frac{x^4}{12} - \frac{x^2}{2} + cx \Big|_0^1 \\ &= \left(\frac{1}{12} - \frac{1}{2} + c \right) - 0 = c - \frac{5}{12} \end{aligned}$$

โจทย์บอกว่า $\int_0^1 f(x)dx = 0$ จะได้ว่า $c - \frac{5}{12} = 0 \therefore c = \frac{5}{12}$

ดังนั้น $f(x) = \frac{x^3}{3} - x + \frac{5}{12}$

$$f(1) = \frac{1}{3} - 1 + \frac{5}{12} = -\frac{1}{4} = -0.25 \therefore |f(1)| = 0.25$$

ข้อ 18 ตอบ 12

วิธีทำ $f(x) = ax^2 + b\sqrt{x} \rightarrow f'(x) = 2ax + \frac{b}{2\sqrt{x}}$

จาก $2f'(1) = f(1) \rightarrow 2\left(2a + \frac{b}{2}\right) = a + b \rightarrow 4a + b = a + b \therefore a = 0$

ดังนั้น $f(x) = b\sqrt{x}$ และ $f'(x) = \frac{b}{2\sqrt{x}}$

$$\therefore \frac{f(4)}{f'(9)} = \frac{b\sqrt{4}}{\frac{b}{2\sqrt{9}}} = \frac{2}{\frac{1}{6}} = 12$$

ข้อ 19 ตอบ 8

วิธีทำ โจทย์บอกว่า $f(x)$ มีค่าสูงสุดที่ $x = 1$ แสดงว่า $f'(1) = 0$

$$\text{จาก } f''(x) = -4 \rightarrow f'(x) = \int f''(x)dx = \int (-4)dx = -4x + c$$

$$\text{จาก } f'(1) = 0 \text{ จะได้ } f'(1) = -4(1) + c = 0 \therefore c = 4$$

$$\text{ดังนั้น } f'(x) = -4x + 4$$

$$f(x) = \int f'(x)dx = \int (-4x + 4)dx = -2x^2 + 4x + c$$

$$\text{จาก } f(-1) + f(3) = 0 \rightarrow (-2 - 4 + c) + (-18 + 12 + c) = 0$$

$$-12 + 2c = 0 \therefore c = 6$$

$$\text{ดังนั้น } f(x) = -2x^2 + 4x + 6$$

โจทย์บอกว่า ค่าสูงสุด เกิดที่ $x = 1$

$$\therefore \text{ค่าสูงสุด} = f(1) = -2 + 4 + 6 = 8$$

ข้อ 20 ตอบ 56

วิธีทำ วิธีที่ 1 จำนวนวิธีเท่ากับ $\frac{8!}{6!2!} \times 2! = 56$ วิธี

จำนวนวิธีแบ่งกลุ่ม $\frac{8!}{6!2!}$ ให้คน 2 คน

วิธีที่ 2 จำนวนวิธีเท่ากับ $\binom{8}{6} \binom{2}{2} \cdot 2! = 56$ วิธี

เลือกมา 6 คนให้คนหนึ่ง $\binom{8}{6}$ ที่เหลือให้อีกคน $\binom{2}{2}$ สลับที่ของ 2 คน $2!$

ข้อ 21 ตอบ 21

วิธีทำ จำนวนวิธีการจัดการแข่งขัน เท่ากับ $\binom{7}{2} = 21$ ครั้ง

ข้อ 22 ตอบ 2

วิธีทำ DATA 1, 4, x, y, 9, 10

$$\text{จะได้มัธยฐาน} = \frac{x+y}{2}$$

$$\text{และ } \bar{x} = \frac{1+4+x+y+9+10}{6}$$

$$\text{ดังนั้น จะได้ } \frac{x+y}{2} = \frac{1+4+x+y+9+10}{6}$$

$$x+y = 12$$

$$\text{ดังนั้น } \bar{x} = \frac{1+4+(12)+9+10}{6} = 6$$

จากส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย $= \frac{\sum |x - \bar{x}|}{N}$

$$\text{จะได้ } \frac{8}{3} = \frac{|1-6| + |4-6| + |x-6| + |y-6| + |9-6| + |10-6|}{6}$$

$$\frac{8}{3} = \frac{5+2+|x-6|+|(12-x)-6|+3+4}{6}$$

$$\frac{8}{3} = \frac{14+|x-6|+|6-x|}{6}$$

$$2|x-6| = 2$$

$$|x-6| = 1$$

$$\text{จะได้ } x = 5, 7$$

$$\text{ถ้า } x = 5 \text{ จะได้ } y = 7$$

$$\text{ถ้า } x = 7 \text{ จะได้ } y = 5 \text{ (ใช้ไม่ได้เพราะ } x \neq y)$$

$$\text{ดังนั้น } y - x = 7 - 5 = 2$$

ข้อ 23 ตอบ 10

วิธีทำ กำหนดข้อมูลเรียงจากน้อยไปมาก คือ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5

จากกำหนดให้ $Q_1 = 5$

$$\text{ตำแหน่ง } Q_1 = \frac{1}{4}(5+1) = 1.5 \text{ (อยู่ระหว่าง } x_1 \text{ กับ } x_2)$$

$$\text{จะได้ } 5 = \frac{x_1+x_2}{2} \rightarrow x_1+x_2 = 10 \text{ ———(1)}$$

จากกำหนดให้ $Q_3 = 20$

$$\text{ตำแหน่ง } Q_3 = \frac{3}{4}(5+1) = 4.5 \text{ (อยู่ระหว่าง } x_4 \text{ กับ } x_5)$$

$$\text{จะได้ } 20 = \frac{x_4+x_5}{2} \rightarrow x_4+x_5 = 40 \text{ ———(2)}$$

จากกำหนดให้ $\bar{x} = 12$

$$\text{จะได้ } 12 = \frac{x_1+x_2+x_3+x_4+x_5}{5}$$

$$12 = \frac{10+x_3+40}{5}$$

จาก (1) และ (2)

$$x_3 = 10$$

ต้องการหา D_5

$$\text{ตำแหน่ง } D_5 = \frac{5}{10}(5+1) = 3$$

$$\text{ดังนั้น } D_5 = x_3 = 10$$

ข้อ 24 ตอบ 57

วิธีทำ

อายุ (ปี)	จำนวนคน (f)	(d)	fd
0 - 9	5	-2	-10
10 - 19	10	-1	-10
20 - 29	A	0	0
30 - 39	20	1	20
40 - 49	10	2	20
50 - 59	10	3	30
			$\Sigma fd = 50$

$$\text{จาก } \bar{x} = a + \frac{i \Sigma fd}{N}$$

$$\text{จะได้ } 33.33 = 24.5 + (10) \frac{(50)}{N} \rightarrow N = 56.62$$

ดังนั้น จำนวนคนในหมู่บ้านนี้มี 57 คน

ข้อ 25 ตอบ 19

วิธีทำ

x	y	xy	x ²
1	1	1	1
2	3	6	4
3	4	12	9
3	6	18	9
9	14	37	23

$$\text{จาก } y = a + bx$$

สมการปกติ คือ

$$\Sigma y = \Sigma a + b \Sigma x \rightarrow 14 = 4a + 9b \quad \text{————(1)}$$

$$\Sigma xy = a \Sigma x + b \Sigma x^2 \rightarrow 37 = 9a + 23b \quad \text{————(2)}$$

$$\text{จาก (1) และ (2) จะได้ } a = -1 \quad b = 2$$

$$\text{ดังนั้น สมการ คือ } y = -1 + 2x$$

$$\text{เมื่อ } x = 10 \text{ จะได้ } y = -1 + 2(10) = 19$$