

**Exercice 4**

Soit un condensateur à armatures planes avec  $S = L.l = 1 \text{ cm}^2$  et  $d = 2 \text{ mm}$ . Celui-ci contient deux matériaux isolants disposés en série et ayant pour conductivités électriques respectives  $\sigma_1 = 4 \cdot 10^{-9} \text{ S/m}$  et  $\sigma_2 = 10^{-9} \text{ S/m}$  (Figure 2). Sous des tensions efficaces respectives  $U_1 = 20 \text{ V}$  et  $U_2 = 80 \text{ V}$  ( $f = 50 \text{ Hz}$ ), la polarisation électrique dans le matériau 1 est de  $17,7 \cdot 10^{-8} \text{ C/m}^2$  et l'énergie emmagasinée dans le matériau 2 est de l'ordre de  $141,6 \text{ nJ}$ . Déterminer la valeur des susceptibilités  $\chi_{r1}$  et  $\chi_{r2}$ . Parmi les deux diélectriques résultants, quel est celui qui est actif et celui passif? Justifier vos réponses. Compte tenu de la conductivité électrique de chacun des deux matériaux, déduire la valeur du facteur de dissipation du diélectrique équivalent, son indice de pertes ainsi que les pertes joules dissipées dans celui-ci?

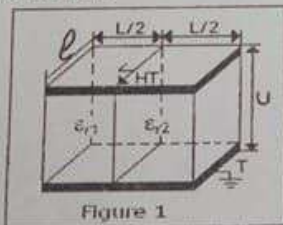


Figure 1

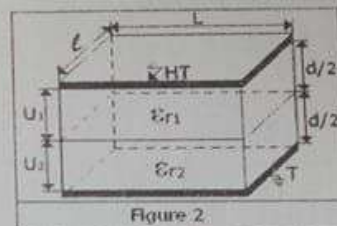


Figure 2

$\epsilon^*$  indice de Perte.

11/7/2018

- A. plan, champ uniforme,  $\epsilon = \frac{U}{d}$
- $S = k \cdot \pi r^2 = 10^{-4} \text{ m}^2$  ;  $m$  et  $q$  (des)
- $d = 2 \text{ mm} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$
- $d_1 = \frac{1}{2} \cdot 10^{-3} \text{ m}$ ,  $d_2 = \frac{1}{2} \cdot 10^{-3} \text{ m}$
- $V_1 = 4 \cdot 10^3 \text{ V/m}$ ,  $V_2 = 10^3 \text{ V/m}$
- $U_1 = 20 \text{ V}$ ,  $U_2 = 80 \text{ V}$ ,  $f = 50 \text{ Hz}$
- $DP_1 = 15.7 \cdot 10^8 \text{ C/m}^2$ ,  $W_2 = 14.16 \cdot 10^3 \text{ J}$

relation de Poisson

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \Rightarrow \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 \epsilon \frac{dU}{dr}) = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$
$$\epsilon_2 = \frac{d \rho_2}{\epsilon_0 dU} \quad X_{r2} = \epsilon_2 - 1$$
$$DP_1 \cdot \epsilon_1 (E_1 - 1) = \epsilon_0 X_{r1} E_1$$
$$X_{r1} = \frac{DP_1}{\epsilon_0 E_1} = \frac{d DP_1}{\epsilon_0 U_1} = \frac{d DP_1}{2 \epsilon_0 U_1}$$

Inconnues

$X_{r1}, X_{r2}$  (relatif au poig)  
justification :  $(\gamma \delta)$   
 $\epsilon_r$  ?  
 $X_{r1} = \frac{2 \cdot 10^8 \cdot 11.7 \cdot 10^8}{2 \cdot 8.85 \cdot 10^{-12} \cdot 20} = 1$   
 $X_{r2} = \frac{2 \cdot 10^8 \cdot 11.7 \cdot 10^8}{2 \cdot 8.85 \cdot 10^{-12} \cdot 80} = 1.49$

$\epsilon_{r1} = \epsilon_{r2} = \epsilon_0 (1 + \chi_{r1})$   
 $\epsilon_{r2} = \epsilon_{r1} + 1 = 10 \rightarrow \chi_{r1} = 9$   
(changement d'ordre)  
très petit et long etc  
 $\gamma \delta = \frac{(\epsilon_r - 1) \cdot U}{\epsilon_0 d}$   
 $\gamma \delta = R \cdot C \cdot U$   
 $R = \frac{R_1 + R_2}{C}$   
 $C = \frac{C_1 + C_2}{C_1 + C_2}$

$$R_1 = \frac{1}{S} \cdot \frac{1}{\epsilon_1} \cdot \frac{1}{\epsilon_0} = \frac{1}{S} = \frac{1}{10^{-4}} = 10^4 \text{ S}$$
$$R_2 = \frac{1}{S} \cdot \frac{1}{\epsilon_2} \cdot \frac{1}{\epsilon_0} = \frac{1}{S} = \frac{1}{10^{-4}} = 10^4 \text{ S}$$
$$R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = 1.25 \cdot 10^4 \text{ S}$$
$$C_1 = \epsilon_0 \epsilon_{r1} \frac{S}{d} = \frac{8.85 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 10^{-3}} = 4.425 \cdot 10^{-16} \text{ F}$$
$$C_2 = \epsilon_0 \epsilon_{r2} \frac{S}{d} = \frac{8.85 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 10^{-3}} = 4.425 \cdot 10^{-16} \text{ F}$$
$$C_{eq} = \frac{C_1 + C_2}{C_1 + C_2} = 1.7 \cdot 10^{-16} \text{ F}$$

$\gamma \delta = 1.25 \cdot 10^4 \cdot 1.7 \cdot 10^{-16} \cdot 300 = 6.67 \cdot 10^{-12}$   
risque de claquage, diminution de  
vie des matériaux)  
 $\gamma \delta = \frac{(\epsilon_r - 1) \cdot U}{\epsilon_0 d} \Rightarrow \epsilon_r = \frac{\gamma \delta \cdot \epsilon_0 d}{U} + 1$   
 $R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{1}{\frac{1}{10^4} + \frac{1}{10^4}} = \frac{1}{2 \cdot 10^{-4}} = 5 \cdot 10^3 \text{ S}$   
 $T_{eq} = \frac{R_{eq} \cdot C_{eq}}{1 + R_{eq} \cdot C_{eq}} = 1.6 \cdot 10^{-12} \text{ s/m}$

$$U_{eq} = \frac{U_1 + U_2}{2} = \frac{20 + 80}{2} = 50 \text{ V}$$
$$I_{eq} = \frac{U_{eq}}{R_{eq}} = \frac{50}{5 \cdot 10^3} = 0.01 \text{ A}$$
$$P_f = \frac{U_1^2}{R_1} + \frac{U_2^2}{R_2} = 0.8 \text{ mW}$$